به نام خدا



سایت گروه آموزشی آلم

ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان، کنکور و دانشگاه

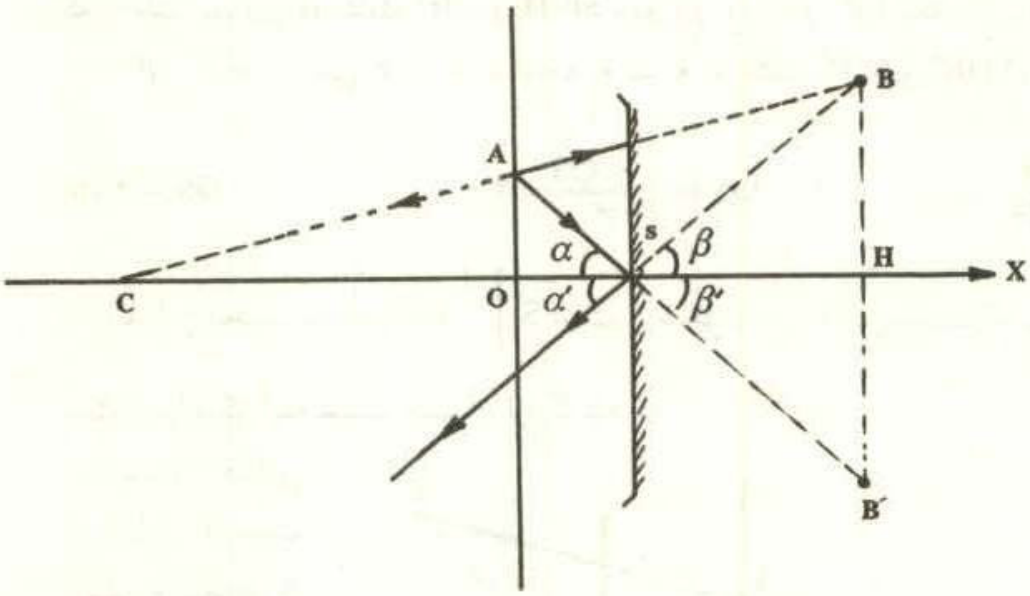
www.g-alm.ir	
www.g-alm.ir/ac	دانشگاه
www.g-alm.ir/forum	انجمن
www.g-alm.ir/azmoon	آزمون های آلم
www.g-alm.ir/shop	فروشگاه
www.film.g-alm.ir	فیلم های آموزشی

www.g-alm.ir

حل مسأله‌های تشریحی

۱ ـ محور اصلی آینه و نقاط A و B در شکل (۱۱ ـ ۸۲) نشان داده شده است.

الف ـ هر پرتویی که از یک جسم طوری به آینه بتابد که امتداد و یا راستای آن از مرکز آینه بگذرد، بازتاب آن روی خودش خواهد بود. بنابراین اگر دو نقطه A و B را به هم وصل کنیم، امتداد آن از مرکز آینه می‌گذرد. چون محور x محور اصلی آینه است، محل تقاطع امتداد خط AB با محور x، یعنی نقطه‌ی C، مرکز آینه خواهد بود. برای به دست آوردن محل مرکز، از نقطه‌ی B بر محور اصلی آینه عمود می‌کنیم تا آن را در نقطه‌ی H قطع کند. دو مثلث CAO و CBH با یکدیگر متشابه‌اند، داریم:



شکل (۱۱ ـ ۸۲)

$$\frac{CO}{CH} = \frac{AO}{BH}$$

$$CO = \frac{۲}{۳}(CO + ۵)$$

$$CO = ۱۰ \text{ cm}$$

بنابراین مختصات مرکز آینه $\begin{vmatrix} -۱۰ \\ ۰ \end{vmatrix}$ C است.

اگر آینه سمت چپ نقطه A باشد، دوحالت وجود دارد.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

ـ آینه میان نقطه O و C قرار دارد. در این صورت آینه باید محدّب باشد و در نتیجه تصویر نقطه‌ی A باید پشت آینه، یعنی در طرف چپ نقطه‌ی A باشد. پس چنین حالتی امکان‌پذیر نیست.

ـ آینه در سمت چپ نقطه‌ی C قرار دارد. در این صورت آینه باید مقعّر باشد. تصویر نقطه‌ی A که بالای محور اصلی آینه است، باید پایین محور اصلی باشد. پس این حالت نیز وجود ندارد.

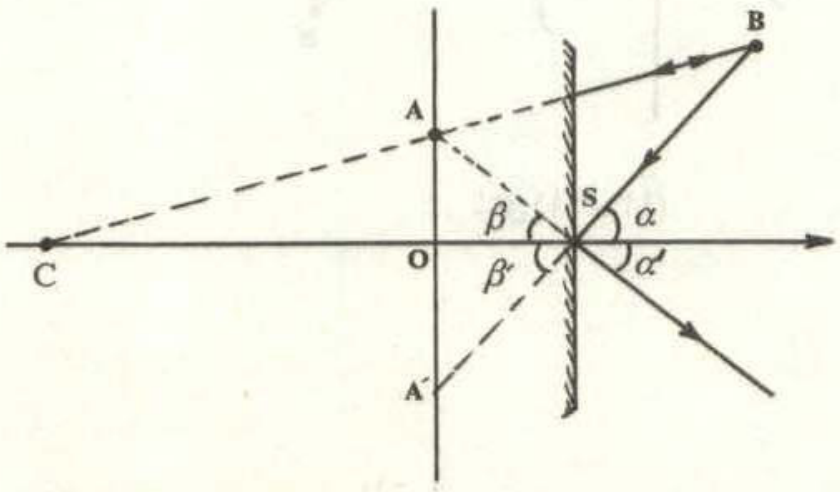
به این ترتیب آینه در سمت راست نقطه A قرار دارد.

اگر رأس آینه نقطه‌ای مانند S باشد، پرتو نوری که از جسم A به آن نقطه می‌تابد، باهمان زاویه نسبت به محور اصلی، از آینه بازمی‌تابد. یعنی در شکل (۱۱ ـ ۸۲) دو زاویه‌ی α و α' باهم برابر است. برای به دست آوردن نقطه‌ی S، خط BH را امتداد داده به طوری که $BH = B'H$ باشد. محل تقاطع خط AB' با محور آینه همان نقطه‌ی S یعنی رأس آینه است. از شکل پیداست که به علّت تساوی دو مثلث SBH و SB'H، دو زاویه‌ی β و β' با یکدیگر برابرند و چون $\alpha = \beta'$ و $\beta = \alpha'$، پس $\alpha = \alpha'$. با توجّه به تشابه دو مثلث AOS و SHB' داریم:

$$\frac{OS}{AO} = \frac{HS}{B'H} \qquad OS = \frac{۵ - OS}{۳} \times ۲ \qquad OS = ۲\ cm$$

بنابراین مختصات رأس آینه $\begin{matrix} ۲ \\ ۰ \end{matrix}$ | S است. از شکل (۱۱ ـ ۸۲) پیداست که نوع آینه مقعّر است، زیرا مرکز آینه سمت چپ آن قرار گرفته است.

ب ـ در حالتی که نقطه‌ی B جسم حقیقی و نقطه‌ی A تصویر آن باشد، باز هم محل مرکز آینه مانند قبل به دست آمده و در همان نقطه‌ی C است. در شکل (۱۱ ـ ۸۳) محور



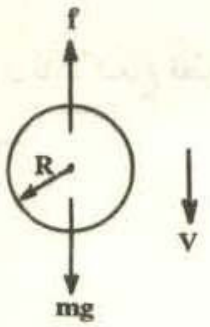
شکل (۱۱ ـ ۸۳)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

اصلی آینه و دو نقطه‌ی A و B مجدداً رسم شده است. اگر آینه سمت راست نقطه‌ی B باشد، باید آینه مقعّر باشد که مرکز آن در سمت چپ آینه قرار داشته باشد. در این صورت تصویر نقطه‌ی B که بالای محور اصلی است، باید پایین محور اصلی قرار گیرد. که چنین نیست بنابراین آینه باید سمت چپ نقطه‌ی B و نوع آن محدّب باشد که در شکل مشخّص شده است. با همان استدلال قبلی می‌توان دریافت که رأس آینه نیز در نقطه‌ی S با همان مختصات قبلی است.

۲ ـ در شکل (۱۱ ـ ۸۴) یک قطره‌ی کروی شکل که در هوا سقوط می‌کند و نیروهای وارد بر آن نشان داده شده است.



شکل (۱۱ ـ ۸۴)

الف ـ در ابتدای سقوط که سرعت قطره کم است، نیروی مقاومت f نیز کوچک است و برآیند نیروهای وارد بر قطره به طرف پایین است و به آن شتابی رو به پایین می‌دهد. این شتاب سرعت سقوط قطره را زیادتر می‌کند و در نتیجه نیروی مقاومت f نیز بزرگ‌تر می‌شود. امّا تا هنگامی که $f < mg$ است، شتاب قطره همچنان رو به پایین است و سرعت آن نیز زیاد می‌شود. افزایش سرعت و نیروی f تا جایی پیش می‌رود که $f = mg$ شود. در این حالت برآیند نیروهای وارد بر قطره و در نتیجه شتاب آن صفر است و سرعت آن بدون تغییر خواهد ماند. این سرعت ثابت را سرعت حدّ می‌نامند. برای محاسبه آن داریم:

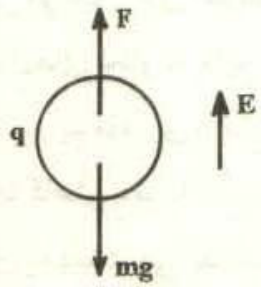
$$f = mg$$

$$6\pi\eta R V_\ell = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g$$

$$V_\ell = \frac{2}{9}\frac{\rho g}{\eta} R^2 \qquad (۸ ـ ۱۱)$$

از رابطه‌ی بالا مشاهده می‌شود که هر چه شعاع قطره کوچک‌تر باشد، سرعت حدی آن نیز کوچک‌تر است.

ب ـ در شکل (۱۱ ـ ۸۵) یک قطره‌ی روغن که بارالکتریکی q دارد، در میدان الکتریکی E نشان داده شده است. هنگامی که به قطره‌های روغن پرتو X می‌تابانیم، قطره‌ها یونیزه می‌شود و بار الکتریکی مثبت پیدا می‌کند. براین قطره‌های باردار در میدان الکتریکی E که رو به بالا باشد، نیروی $F = qE$ وارد می‌شود. اگر میدان الکتریکی E طوری تنظیم شود که $qE = mg$



شکل (۱۱ ـ ۸۵)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

شود، برآیند نیروهای وارد بر قطره صفر شده و قطره ساکن خواهد ماند. با حذف میدان الکتریکی، قطره سقوط می‌کند و نیروی مقاومت بر آن وارد می‌شود. هنگامی که قطره به سرعت حد برسد، همان طور که قبلاً توضیح داده شد. $f = mg$ خواهد شد و می‌توان نتیجه گرفت:

$$qE = 6\pi\eta R V_\ell$$

$$q = \frac{6\pi\eta R V_\ell}{E} \qquad (۹-۱۱)$$

اکنون باید شعاع قطره را از رابطه (۱۱ ـ ۸) به دست آورده و در رابطه (۱۱ ـ ۹) قرار دهیم. داریم:

$$R = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho g} V_\ell}$$

$$q = \frac{6\pi\eta \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\eta}{\rho g} V_\ell}}{E} V_\ell \qquad q = \frac{6\pi}{E}\sqrt{\frac{q}{2\rho g}}\sqrt{\eta^3 V_\ell^3}$$

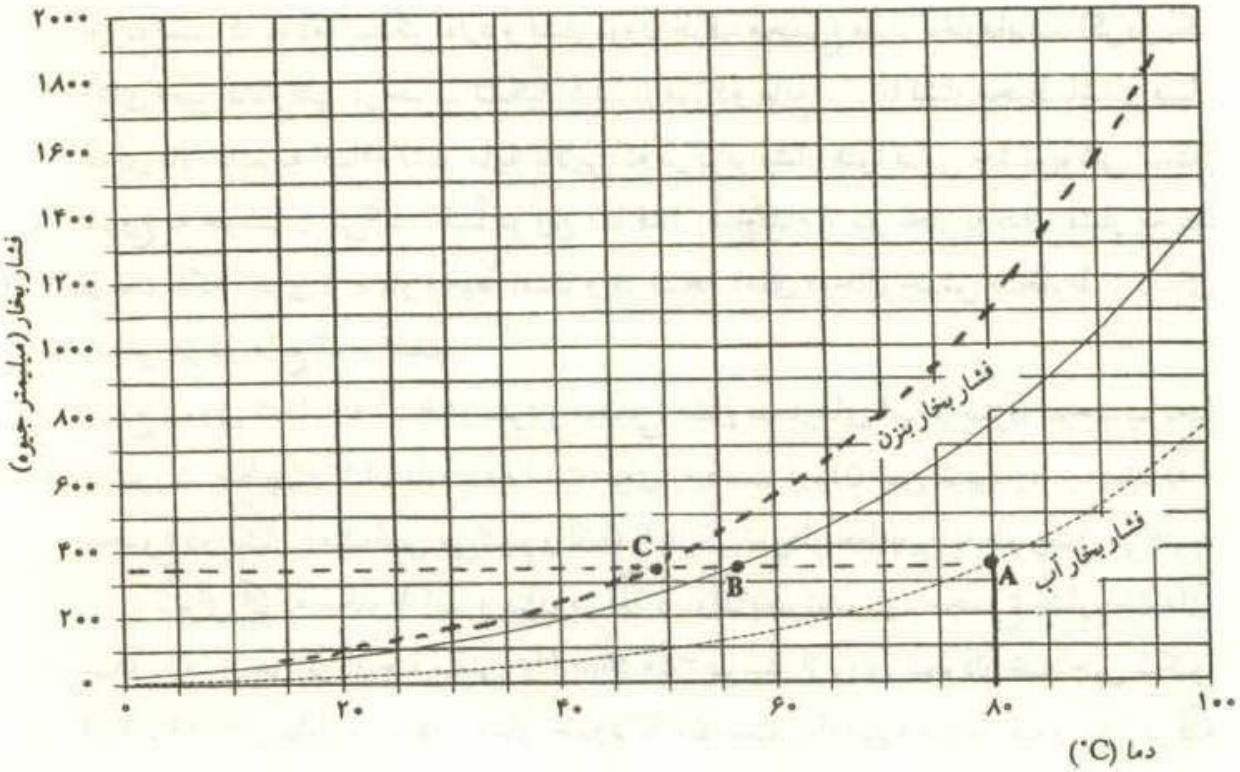
$$q = \frac{6 \times 3/24}{3/1 \times 10^4} \sqrt{\frac{9}{2 \times 900 \times 10}} \sqrt{(1/8 \times 10^{-5})^3 \times (4/5 \times 10^{-5})^3}$$

$$q = 3/13 \times 10^{-19}\,C$$

۳ ـ یک ظرف در بسته که مقداری مایع در آن است، در نظر بگیرید. همواره بالای مایع، مقداری بخار آب وجود دارد. در یک دمای معیّن آن قدر از مولکول‌های مایع بخار می‌شوند، تا حالت تعادل به وجود آید. درحالت تعادل فشار بخار بالای مایع مقدار ثابتی است، یعنی اگر به ترتیبی مولکول‌های جدیدی به بخار تبدیل شود، و فشار بخار را بالا ببرد، به همان میزان از مولکول‌های بخار به مایع تبدیل شده و دوباره فشار به همان مقدار اولیه برمی‌گردد. اگر دما را بالا ببریم مقداری از مایع بخار شده و در فشار بالاتری تعادل میان مایع و بخار به‌دست می‌آید. با کاهش دما با مایع شدن مقداری بخار،فشار بخار کم می‌شود و تعادل در فشار پایین‌تری به دست می‌آید. نمودار شکل (۱۱ ـ ۲۸) که عیناً در شکل (۱۱ ـ ۸۶) آمده است، همین پدیده را نشان می‌دهد.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

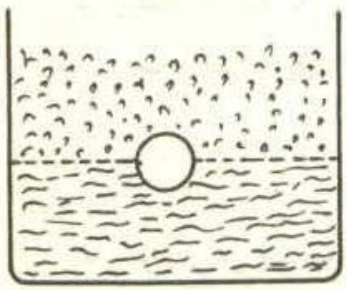


شکل (۱۱ ـ ۸۶)

الف ـ از روی نمودار می‌توان فشار بخار آب در دمای ۸۰ °C را به دست آورد. نقطه‌ی A مربوط به دمای ۸۰ °C و فشار $P_w = ۳۵۰ \text{ mm Hg}$ است. چون در دمای جوش فشار بخار تعادل با فشار هوای محیط برابراست، بنابراین فشار هوا در قلّه‌ی دماوند، مقدار ۳۵۰ mm Hg است.

ب ـ اگر بنزن را در قلّه دماوند به جوش آوریم، فشار بخار تعادل بنزن باید با فشار هوای محیط برابر باشد. نقطه‌ی B مربوط به فشار بخار بنزن معادل $P_B = ۳۵۰ \text{ mm Hg}$ است و دمای جوش از روی نمودار $\theta_B = ۵۷ \text{ °C}$ به دست می‌آید.

در شکل (۱۱ ـ ۸۷) دو مایع مخلوط نشدنی در یک ظرف نشان داده شده است. در مرز دو مایع یک حباب بخار از مولکول‌های هر دو مایع نشان داده شده است. در یک دمای معیّن فشار بخار هر کدام از دو مایع را می‌توان از روی نمودارهای شکل (۱۱ ـ ۸۶) به دست آورد. اگر حباب را مانند یک ظرف بسته درنظر بگیریم، هر کدام از بخارها مستقل از بخار دیگر فشاری در این ظرف به وجود



شکل (۱۱ ـ ۸۷)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

آورده است که به دما بستگی دارد و فشار درون ظرف مجموع فشار بخارهاست. اگر در یک دمای معیّن فشار کلّی در حباب تشکیل شده در مرز دو مایع برابر با فشار محیط باشد، (فشار هوای بالا مایع به اضافه فشار مایع بالایی که در برابر فشار هوا قابل چشم‌پوشی است) شروع به جوشیدن می‌کند. یقیناً در این دما فشار هیچ‌کدام از دو بخار به‌اندازه فشار محیط نیست بلکه کسری از فشار محیط است و در نتیجه دمای درحال جوش مخلوط از دمای جوش هر دو مایع کم‌تر است.

ج ـ روی شکل (۱۱ ـ ۸۶) نمودار مجموع فشار بخارهای آب و بنزن برحسب دما به‌صورت خط‌چین نشان داده شده است. برای به دست آوردن این نمودار، در چند دما مجموع دو فشار را مشخّص می‌کنیم و آن‌ها را با یک نمودار خط‌چین به هم وصل می‌کنیم.

د ـ برای آن که مخلوط آب و بنزن در قلّه دماوند بجوشد، باید مجموع فشار بخارهای آن‌ها به فشار هوا در آن‌جا یعنی ۳۵۰ mm Hg برسد. از روی نمودار خط‌چین شکل (۱۱ ـ ۸۶)، این فشار مربوط به دمای حدود ۵۰°C است. بنابراین مخلوط آب و بنزن در قلّه دماوند، در این دما می‌جوشد که از دمای جوش آب یعنی ۸۰°C و دمای جوش بنزن یعنی ۵۷ °C در قلّه دماوند کم‌تر است.

هـ ـ از روی نمودار خط‌چین شکل (۱۱ ـ ۸۶) فشار بخار آب و بنزن در دمای ۵۰ °C چنین است:

$$P_W = ۱۰۰ \text{ mm Hg} \quad P_B = ۲۶۰ \text{ mm Hg}$$

درون هر کدام از حبابهای بخاری با حجم V، دو نوع مولکول آب و بنزن قرار دارد که دمای آن‌ها برابر است (دمای جوش مخلوط آب و بنزن). برای هر کدام از این دو نوع ماده، با فرض آن که بخار آن‌ها را گاز کامل فرض کنیم، داریم:

$$P_W V = n_W R T \qquad P_B V = n_B R T$$

در رابطه‌های بالا R ثابت گازها، T دمای جوش مخلوط و n_W و n_B به‌ترتیب تعداد مولهای آب و بنزن درون حباب است. اگر دو رابطه بالا را بر هم تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{P_W}{P_B} = \frac{n_W}{n_B} \qquad (۱۰ ـ ۱۱)$$

بنابراین در هر حباب، نسبت مولهای آب و بنزن، به نسبت فشار آب و بنزن در دمای جوش مخلوط است. در نتیجه نسبت مولهای آب و بنزن در بخار بالای مایع نیز با فشار بخار آب و بنزن در دمای جوش مخلوط برابر است. رابطه (۱۱ ـ ۱۰) همان است که در صورت

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

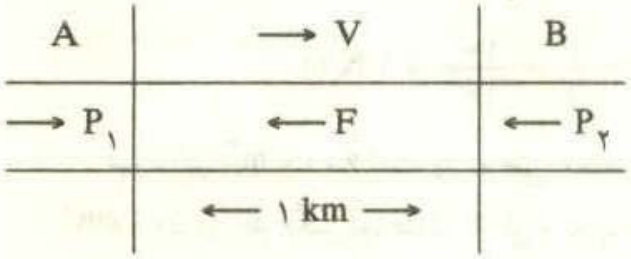
مسأله آمده است و در این‌جا درباره آن توضیح داده شد. با استفاده از فشار بخار آب و بنزن که از روی نمودار به دست آمد، نسبت مولها را می‌توان محاسبه کرد. داریم:

$$\frac{n_W}{n_B} = \frac{۱۰۰}{۲۶۰} = ۰/۳۸$$

$$n_W = ۰/۳۸\, n_B$$

و ـ از حل قسمت ه، نتیجه می‌شود که به ازای بخار شدن هر مول بنزن، ۰/۳۸ مول آب بخار می‌شود. در مخلوط مورد نظر یک مول آب و دو مول بنزن وجود داشته است. به‌ازای بخار شدن دو مول بنزن، ۰/۷۶ مول آب تبخیر می‌شود و با پایان یافتن بنزن، هنوز ۰/۲۴ مول آب باقی مانده است. بنابراین بنزن زودتر تمام می‌شود.

۴ ـ در شکل (۱۱ ـ ۸۸) لوله‌ی انتقال نفت نشان داده شده است. فرض می‌کنیم نفت با سرعت ثابت V در لوله حرکت می‌کند. فشار مایع در A و در B که با هم ۱ km فاصله دارد، برابر نیست، بلکه ۲×۱۰^۴ Pa تفاوت دارند. یک ستون نفت میان A و B در لوله در نظر می‌گیریم. نیروهای افقی وارد بر این ستون چنین است.



ـ نیروی $F_۱ = P_۱S$ به طرف راست از طرف نفت واقع شده در طرف چپ ستون

ـ نیروی $F_۲ = P_۲S$ به طرف چپ از طرف نفت واقع شده در طرف راست ستون

ـ نیروی اصطکاک F

چون نفت مورد نظر با سرعت ثابت و در راستای افقی حرکت می‌کند، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. داریم:

$$P_۱S - P_۲S - F = ۰$$

$$(P_۱ - P_۲)S = F \qquad (۱۱ - ۱۱)$$

از رابطه (۱۱ ـ ۱۱) پیداست که اگر نیروی اصطکاک وجود نداشته باشد، فشار در دو نقطه‌ی A و B از لوله یکسان است. بنابراین افت فشار در لوله‌ی انتقال نفت به سبب اصطکاک است. نیروی اصطکاک F به دو علت به وجود می‌آید.

ـ اصطکاک نفت با دیواره‌ی لوله. چون نفت روی دیواره لوله‌ی می‌لغزد، مانند هر دو جسمی که روی یکدگیر می‌لغزند و به یکدیگر نیروی اصطکاک وارد می‌کنند، در این‌جا نیز

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

دیواره‌ی لوله به نفت نیروی اصطکاک وارد می‌کند. آشکار است که این نیروی اصطکاک از نوع لغزشی است.

ـ لغزش لایه‌های مختلف نفت روی یکدیگر. هنگامی که نفت با دیواره‌ی لوله اصطکاک دارد، سرعت نفت در تمام نقاط مقطع لوله یکسان نیست. در این حالت نفتی که در نزدیک دیواره‌ی لوله قرار دارد با سرعت کم‌تر و نفتی که نزدیک به محور لوله است، با سرعت بیش‌تری حرکت می‌کند. بنابراین لایه‌های مختلف نفت روی یکدیگر می‌لغزد و نیروی اصطکاک لغزشی بر آن وارد می‌شود. در این صورت سرعت V در لوله، سرعت متوسط نفت است.

الف ـ از رابطه (۱۱ ـ ۱۱) می‌توان نیروی اصطکاک وارد بر نفت در هر متر از لوله را به دست آورد.

$$f = \frac{F}{\ell} = \frac{۱۰^{۳}}{۱۰^{۳}} = ۱\ \mathrm{N/m} \qquad ۲ \times ۱۰^{۴} \times ۵۰۰ \times ۱۰^{-۴} = F$$

ب ـ اگر $۶۰۰۰\ \mathrm{m^3}$ نفت را که طی ۲۴ ساعت منتقل می‌شود، در لوله به سطح مقطع $۵۰۰\ \mathrm{cm^2}$ در نظر بگیریم، طولی از لوله که با آن پر خواهد شد، چنین است:

$$\ell = \frac{۶۰۰۰}{۵۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۱۲ \times ۱۰^{۴}\ \mathrm{m}$$

اگر این مقدار نفت، در لوله‌ای به طول ℓ، در سمت چپ نقطه‌ی A از شکل (۱۱ ـ ۸۸) باشد، تمام آن باید ظرف مدت ۲۴ ساعت، از نقطه‌ی A بگذرد. پس سرعت انتقال نفت چنین است.

$$V = \frac{\ell}{t} = \frac{۱۲ \times ۱۰^{۴}}{۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰} = ۱/۳۹\ \mathrm{m/s}$$

ج ـ هر متر مکعب نفت در لوله‌ی مورد نظر دارای طول زیر است.

$$\ell' = \frac{۱}{۵۰۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۲۰\ \mathrm{m}$$

نیروی اصطکاک وارد بر ستونی از نفت به طول ۲۰ m چنین است:

$$F' = \ell' f = ۲۰ \times ۱ = ۲۰\ \mathrm{N} \qquad W = F'd = ۲۰ \times ۱۲۰ \times ۱۰^{۳} = ۲۴ \times ۱۰^{۵}\ \mathrm{J}$$

د ـ در قسمت قبل انرژی تلف شده برای انتقال یک متر مکعب نفت به دست آمد. این

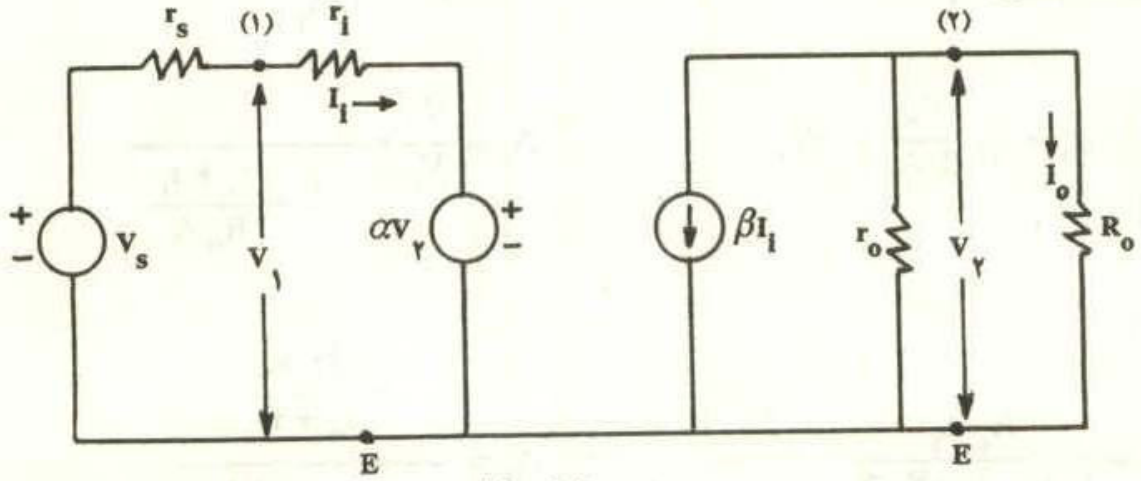
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

انرژی از طریق تلمبه‌ها تأمین می‌شود. برای توان تلمبه داریم:

$$P = \frac{WD}{t} = \frac{۲۴ \times ۱۰^۵ \times ۶۰۰۰}{۲۴ \times ۶۰ \times ۶۰} = ۱۶۶ \times ۱۰^۳ \, W$$

۵ ـ مدار تقویت کننده که مدار معادل ترانزیستور در آن به کار رفته در شکل (۱۱ ـ ۸۹) نشان داده شده است.



شکل (۱۱ ـ ۸۹)

الف ـ از نقطه‌ی ۲ در قسمت راست مدار (قسمت خروجی تقویت کننده) جریان I_o، جریان در مقاومت r_o و جریان βI_i می‌گذرد. با توجّه به قانون جریان کیرشهف داریم:

$$\beta I_i + \frac{V_۲}{r_o} + I_o = ۰ \qquad V_۲ = R_o I_o$$

با حذف $V_۲$ در دو رابطه بالا داریم:

$$\beta I_i \frac{R_o}{r_o} I_o + I_o = ۰$$

$$A_I = \frac{I_o}{I_i} = \frac{-\beta}{۱ + \frac{R_o}{r_o}} = \frac{-\beta I_o}{r_o + R_o} \qquad (۱۲ ـ ۱۱)$$

ب ـ در قسمت سمت چپ مدار (قسمت ورودی تقویت کننده) می‌توان $V_۱$ را به صورت زیر نوشت:

$$V_۱ = I_i r_i + \alpha (R_o I_o) \qquad (۱۳ ـ ۱۱)$$

اگر I_o را از رابطه‌ی (۱۱ ـ ۱۲) در رابطه‌ی بالا قرار دهیم داریم:

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$$V_1 = I_i r_i + \alpha R_o \frac{-\beta r_o}{r_o + R_o} I_i \qquad Z_i = \frac{V_1}{I_i} = r_i - \frac{\alpha\beta R_o r_o}{r_o + R_o}$$

ج ـ از قسمت چپ مدار داریم:

$$V_s = (r_s + r_i) I_i + \alpha V_2 \qquad V_s = (r_s + r_i) \frac{I_o}{A_i} + \alpha V_2$$

$$V_s = (r_s + r_i) \frac{V_2}{R_o A_i} + \alpha V_2 \qquad A_v = \frac{V_2}{V_s} = \frac{1}{\alpha + \frac{r_s + r_i}{R_o A_i}}$$

$$A_v = \frac{R_o A_i}{r_s + r_i + \alpha R_o A_i} \qquad A_v = \frac{-\frac{\beta r_o R_o}{r_o + R_o}}{r_s + r_i - \frac{\alpha\beta R_o r_o}{r_o + R_o}}$$

$$A_v = \frac{\beta r_o R_o}{\alpha\beta R_o r_o - (r_s + r_i)(r_o + R_o)}$$

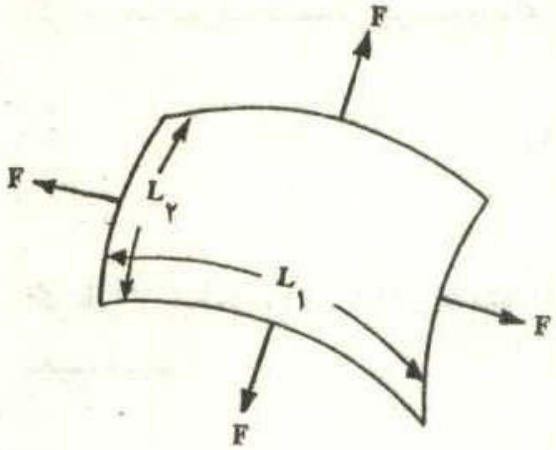
۶ ـ روی بادکنک باد نشده خط کوچکی به طول $L_\circ$ در نظر می‌گیریم. هنگامی که بادکنک را باد می‌کنیم، طول این خط بزرگ شده و فرضاً برابر L خواهد شد. اگر شعاع بادکنک باد نشده را a و بادکنک باد شده را R بگیریم، داریم:

$$L = L_\circ \frac{R}{a} \qquad (۱۴-۱۱)$$

$$\Delta L = L - L_\circ = L_\circ \left(\frac{R}{a} - 1\right) \qquad (۱۵-۱۱)$$

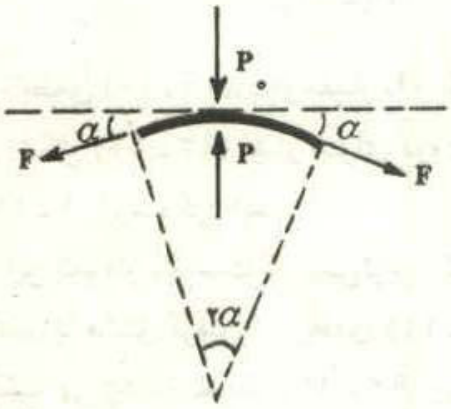
www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir



شکل (۱۱ ـ ۹۰)

اکنون روی بادکنک باد شده مربع کوچکی به ضلع L مطابق شکل (۱۱ ـ ۹۰) درنظر می‌گیریم. هرضلع این مربع کمان کوچکی به طول L است. از طرف بقیه‌ی بادکنک بر هر یک از این کمان‌های کوچک نیروی F وارد می‌شود که بر سطح بادکنک کره‌ای شکل مماس و بر کمان‌ها عمود است. از نقطه‌ی A که وسط مربع است، صفحه‌ای بر بادکنک مماس می‌کنیم و چهار نیروی وارد بر اضلاع مربع را روی این صفحه و در راستای عمود بر آن، که همان راستای شعاع کره است، تصویر می‌کنیم. در شکل (۱۱ ـ ۹۱) مقطع این صفحه نشان داده شده است. تصویر چهار نیروی F که بر چهار مربع وارد می‌شود،



شکل (۱۱ ـ ۹۱)

درراستای مماس بر صفحه‌ی تخت یاد شده صفر است، زیرا مؤلفه مماس نیروهای وارد بر دو ضلع از مربع که رو به روی یکدیگر هستند، برابر و در دو جهت مخالف هم هستند. در راستای عمود بر صفحه‌ی تخت یاد شده که از مرکز کره می‌گذرد مؤلفه‌ی هر چهار نیرو که بر چهار ضلع مربع وارد می‌شود، بر هم افزوده می‌شوند و به طرف مرکز کره است. بر مربع یاد شده علاوه‌براین نیرو، دو نیرو از طرف هوای درون و بیرون نیز وارد می‌شود، که به فشار هوا بستگی دارد چون مربع در حالت تعادل است، بر آیند نیروهای وارد بر آن صفر است. داریم:

$$4F\sin\alpha + P_0L^2 = PL^2 \qquad (16-11)$$

در رابطه بالا L^2 مساحت مربع و P و P_0 به‌ترتیب فشار هوای درون و بیرون بادکنک است. چون زاویه‌ی α کوچک است، می‌توان سینوس آن را با خود زاویه برحسب رادیان برابر گرفت و با استفاده از شکل (۱۱ ـ ۹۱) داریم:

$$2\alpha = \frac{L}{R} \approx 2\sin\alpha \qquad (17-11)$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

اگر تعریف ضریب کشسانی پوسته را برای یک مربع به کار بریم، داریم:

$$k = \frac{\frac{F}{L_0}}{\frac{(L - L_0)}{L_0}} = \frac{F}{\Delta L} \qquad (۱۸-۱۱)$$

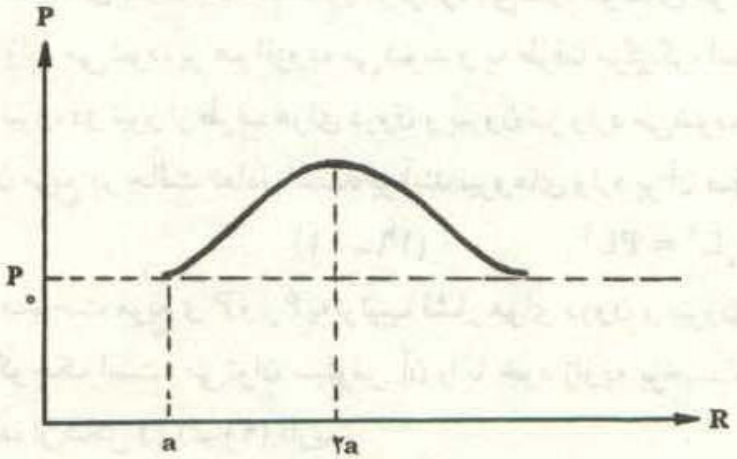
اگر k را از رابطه‌ی (۱۱ ـ ۱۸) و $\sin\alpha$ را از رابطه‌ی (۱۱ ـ ۱۷) در رابطه‌ی (۱۱ ـ ۱۶) قرار دهیم، داریم:

$$۴\, k\Delta L \frac{L}{۲R} = (P - P_0) L^۲$$

$$P = P_0 + \frac{۲k}{R}\frac{\Delta L}{L} = P_0 + \frac{۲k}{R^۲}(R - a) \qquad (۱۹-۱۱)$$

دررابطه‌ی (۱۱ ـ ۱۹)، برای مقدار L و ΔL از روابط (۱۱ ـ ۱۴) و (۱۱ ـ ۱۵) استفاده کرده‌ایم. در شکل (۱۱ ـ ۹۲) فشار هوای درون بادکنک P، را برحسب شعاع آن R ، از رابطه‌ی (۱۱ ـ ۱۹) رسم کرده‌ایم.

از این نمودار پیداست که بیش‌ترین فشار هوای درون بادکنک، هنگامی است که $R = ۲a$ باشد. با مشتق گرفتن از رابطه‌ی (۱۱ ـ ۱۹) برحسب R و صفر قرار دادن آن، مقدار بالا به دست می‌آید. از نمودار (۱۱ ـ ۹۲) این نکته‌ی جالب نتیجه می‌شود که اگر کسی بخواهد بادکنک را با دمیدن در آن بادکند، در ابتدا باید با فشار زیاد هوا را وارد بادکنک کند، امّا پس از آن که شعاع بادکنک مقداری زیاد شد، برای افزایش بیش‌تر آن، به فشار چندانی نیاز نیست و شخص می‌تواند با دمیدن ملایم نیز بادکنک را بیش‌تر باد کند.

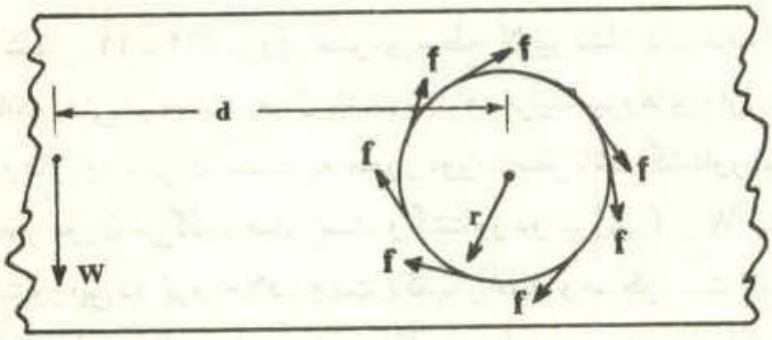


شکل (۱۱ ـ ۹۲)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

۷ ـ در شکل (۱۱ ـ ۹۳) تیغه که به صورت افقی مانده است و محور موتور که درون سوراخ تعبیه شده در تیغه می‌چرخد، نشان داده شده است. برای آن‌که



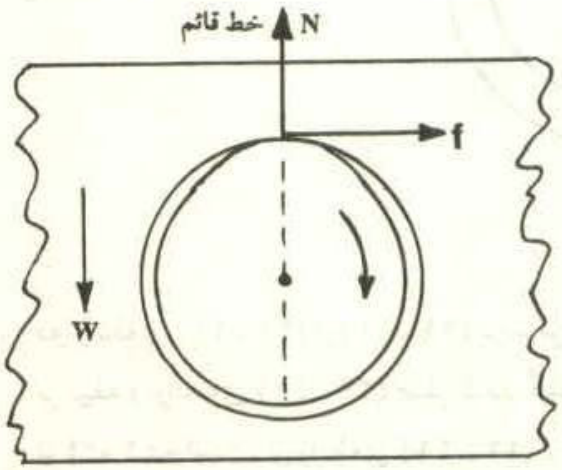
شکل (۱۱ ـ ۹۳)

شکل واضح باشد، محور موتور بزرگ رسم شده است و در نتیجه تنها قسمتی از تیغه در نزدیکی محور موتور نشان داده شده است. جهت گردش محور موتور نیز در شکل مشخص شده است. از طرف محور موتور، بر تمام سطح داخلی سوراخ نیروی اصطکاک لغزشی وارد می‌شود که در شکل با نماد f مشخّص شده است. جهت این نیروها با توجّه به جهت چرخش محور موتور تعیین شده است. برای توضیح بیش‌تر، توجّه کنید که جهت چرخش تیغه نسبت به محور موتور، در خلاف جهت عقربه‌های ساعت است. یعنی اگر ناظری روی محور موتور قرار گیرد، چنین در می‌یابد که تیغه در خلاف جهت عقربه‌های ساعت می‌گردد. چون نیروی اصطکاک لغزشی وارد بر تیغه در خلاف جهت حرکت آن نسبت به سطحی است که با آن تماس دارد، نیروهای مشخّص شده در شکل در جهت عقربه‌های ساعت خواهد بود.

الف ـ نیروهای اصطکاک نسبت به محور دوران (محوری که از مرکز محور موتور می‌گذرد) گشتاوری بر تیغه وارد می‌کنند که با گشتاور نیروی وزن نسبت به همان محور، خنثی می‌شود و در نتیجه تیغه افقی می‌ماند. اگر گشتاور نیروی اصطکاک را τ_f بنامیم، داریم:

$$\tau_f = \tau_W = Wd$$

ب ـ در شکل (۱۱ ـ ۹۴) فرض شده است که قطر سوراخ کمی بزرگ‌تر از قطر محور موتور است و خط تماس محور موتور با سوراخ در بالاترین جای آن فرض شده است. در این حالت برخلاف قبل، تنها از یک جا بر تیغه نیروی اصطکاک وارد می‌شود که با f مشخّص و جهت آن نیز با توجّه به جهت گردش محور تعیین شده است. چون نیروی اصطکاک بر سطح تماس دو جسمی که روی هم می‌لغزند مماس است، در این حالت نیروی f افقی خواهد بود.



شکل (۱۱ ـ ۹۴)

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

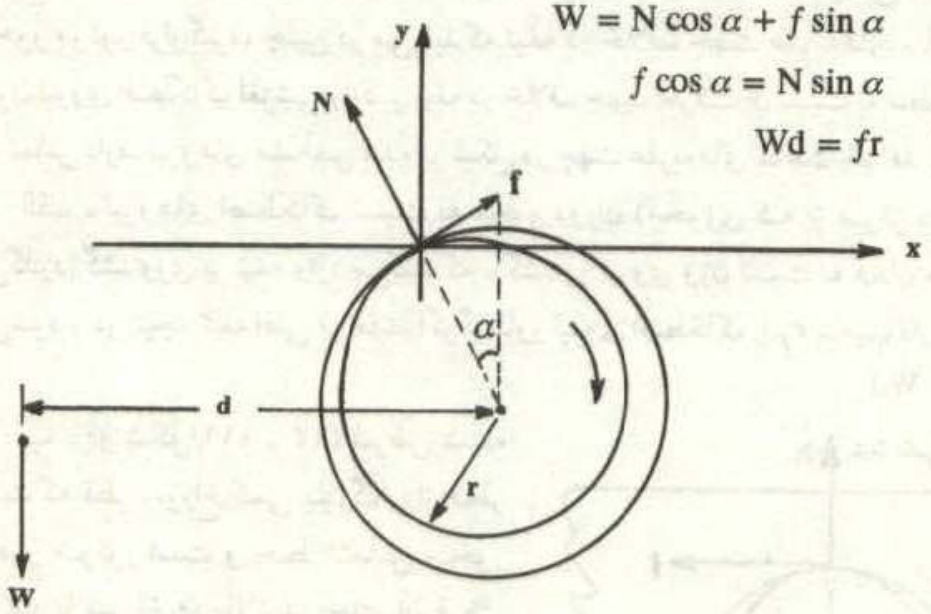
در شکل (۱۱ ـ ۹۴) نیروی عمودی سطح N نیز نشان داده شده است. برای آنکه تیغه افقی بماند، یعنی در حالت تعادل باشد، باید هم برآیند نیروهای وارد بر آن و هم مجموع گشتاور نیروهای وارد بر آن نسبت به محور دوران صفر باشد. گشتاور نیروی N به علّت آنکه از محور دوران می‌گذرد صفر است و گشتاور دو نیروی f و W نیز می‌تواند صفر شود، زیرا گشتاور این دو نیرو خلاف جهت یکدیگر است و ممکن است اندازه نیروها و فاصله‌ها چنان باشد که این منظور برآورده شود. امّا برآیند این سه نیرو صفر نخواهد شد، زیرا دو نیروی N و W مؤلفه افقی برای خنثی کردن f ندارند. بنابراین امکان ندارد تماس تیغه با محور موتور، در بالاترین نقطه باشد.

ج ـ در شکل (۱۱ ـ ۹۵) محل تماس تیغه با محور موتور در جای پایین‌تری فرض شده و نیروهای وارد بر تیغه نیز مشخص شده است برای آن که تیغه افقی بماند، داریم:

$$W = N\cos\alpha + f\sin\alpha \qquad (۲۰ - ۱۱)$$

$$f\cos\alpha = N\sin\alpha \qquad (۲۱ - ۱۱)$$

$$Wd = fr \qquad (۲۲ - ۱۱)$$



شکل (۱۱ ـ ۹۵)

دو رابطه‌ی (۱۱ ـ ۲۰) و (۱۱ ـ ۲۱) براساس صفر شدن مؤلفه‌های قائم و افقی نیروهای وارد بر تیغه و رابطه‌ی (۱۱ ـ ۲۲) صفر شدن گشتاور نیروهای وارد بر تیغه نسبت به محور دوران نوشته شده است. از رابطه‌ی (۱۱ ـ ۲۲)، f را به دست آورده و در رابطه‌ی (۱۱ ـ ۲۱) قرار می‌دهیم. داریم:

$$f = \frac{Wd}{r}$$

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

$$N = f\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{Wd}{r}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad (۲۳-۱۱)$$

اگر N را از رابطه‌ی (۱۱ ـ ۲۳) در رابطه‌ی (۱۱ ـ ۲۰) قرار دهیم داریم:

$$W = \frac{Wd}{r}\frac{\cos^۲\alpha}{\sin\alpha} + \frac{Wd}{r}\sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{d}{r}\cos^۲\alpha + \frac{d}{r}\sin^۲\alpha$$

$$\sin\alpha = \frac{d}{r}$$

چون $\sin\alpha < ۱$ است، پس باید $d < r$ باشد. در نتیجه در چنین شرایطی، گرانیگاه تیغه باید درون سوراخ قرار داشته باشد.

www.g-alm.ir/forum www.g-alm.ir/ac www.film.g-alm.ir